ideCAD Çelik & Betonarme 8.6 ile Eğilme Elemanlarının Tasarımı

Hazırlayan: Oğuzcan HADİM

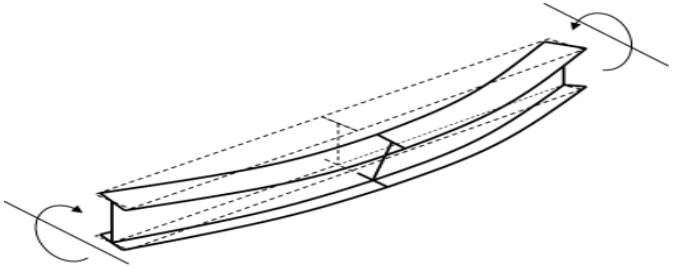
www.idecad.com.tr

Konu Başlıkları

I. Eğilme Elemanlarının Tanımı
II. Karakteristik Eğilme Momenti Dayanımı İçin Sınır Durumları
III. Akma Durumu
IV. Yanal Burulmalı Burkulma Sınır Durumu
V. Karakteristik Eğilme Momenti Dayanımı
VI. Örnek Hesap

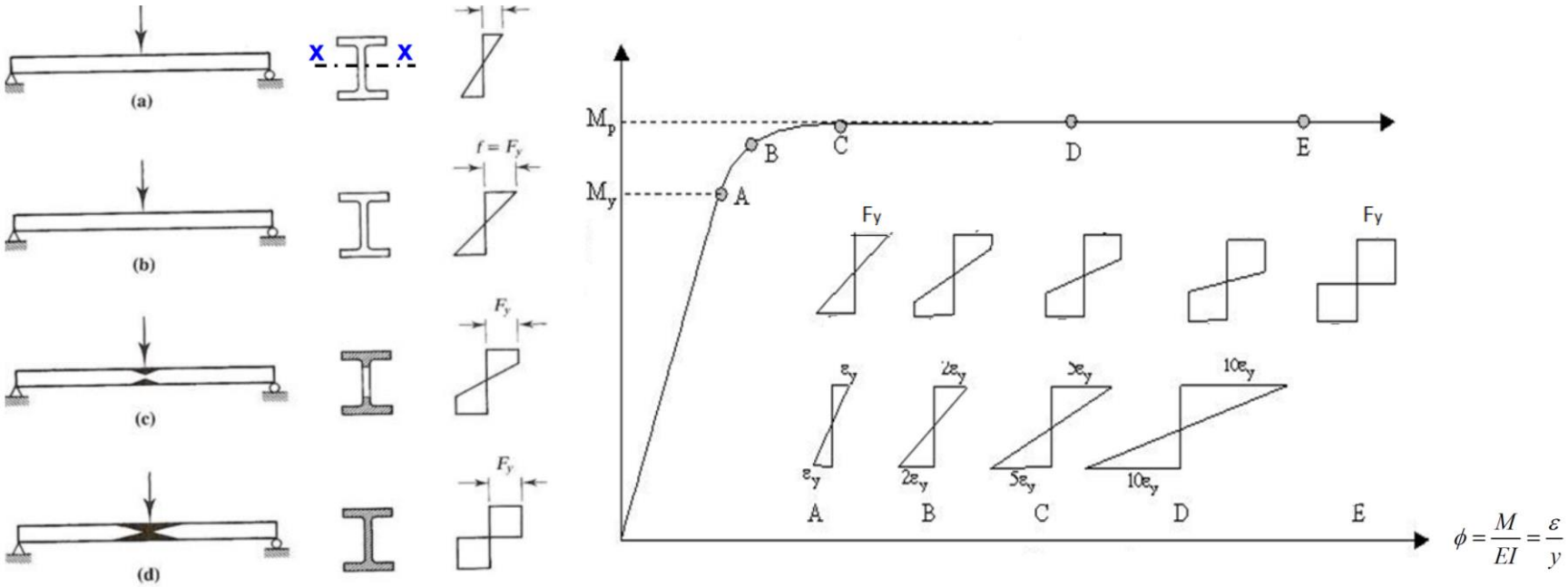
Eğilme Elemanlarının Tanımı

Asal Eksenlerinden herhangi biri etrafında basit eğilme momenti etkisinde olan elemanlardır. Basit eğilme etkisindeki elemanlarda, yükler kayma merkezinden geçen asal eksene paralel olan düzlemde etkimeli veya eleman, yük etkime noktalarında ve mesnetlerde burulmaya karşı desteklenmelidir.



Akma Sınır Durumu

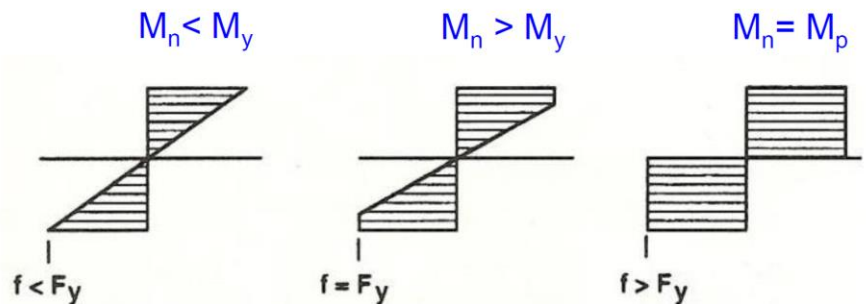
- **Akma Momenti**: Eğilme momenti etkisindeki kesitin en üst lifinin akma gerilmesine ulaştığı andaki moment değeridir.
- **Plastik Moment:** Eğilme momenti etkisindeki kesitin bütün liflerinin akma gerilmesine ulaştığı andaki moment değeridir.



Akma Sınır Durumu

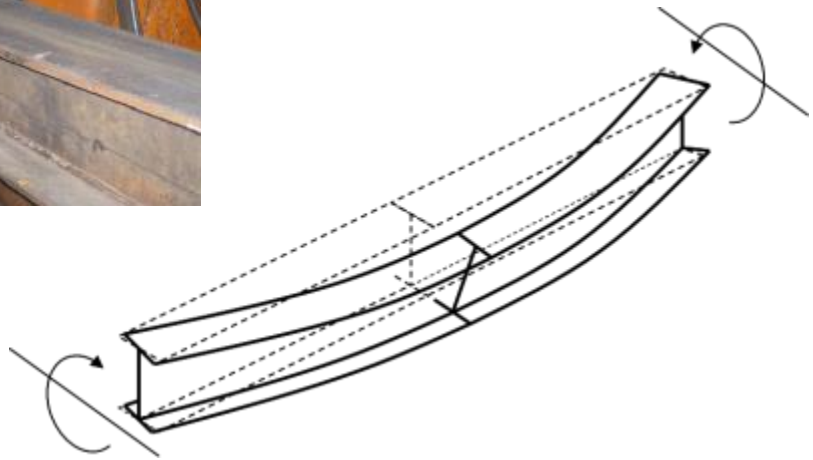
• **Akma Sınır Durumu:** Basınç başlığının yerel burkulması ile yanal burulmalı burkumanın önlenmesi halinde kiriş enkesiti eğilme etkisi altında plastikleşene kadar kararlı(stabil) kalacak şekilde boyutlandırılması durumudur. Bu durumda karakteristik moment dayanımı plastik moment dayanımına eşit alınabilmektedir.

$$M_n = M_p = F_y Z_x$$

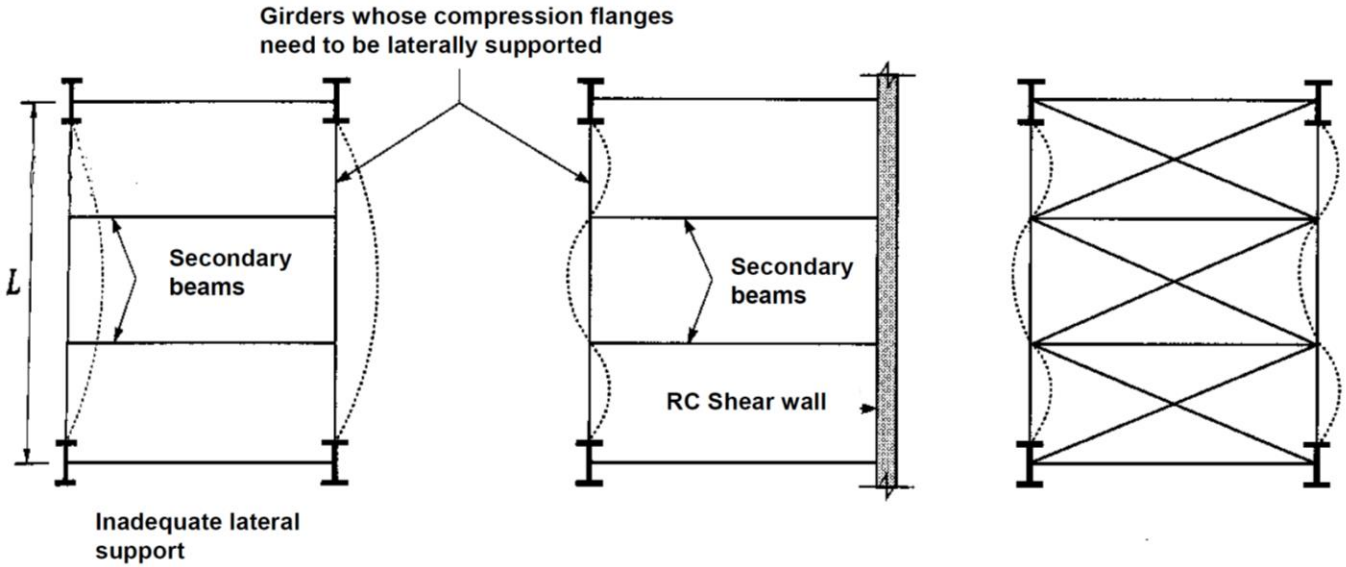


Yanal Burulmalı Burkulma Sınır Durumu

• **Yanal Burulmalı Burkulma Sınır Durumu (Lateral-torsional Buckling limit state):** Kirişin basınç başlığı bölgesinde kalan bölümü eksenel yüklü bir basınç çubuğu gibi davranır. Basınç başlığının stabilitesi yeterli değilse kiriş kesiti eğilme kapasitesinin tamamına ulaşamaz. Bu durumda, basınç elemanlarına benzer olarak; genel burkulma ya da enkesit parçalarında yerel burkulma ile ortaya çıkabilecek stabilite kaybı, göçme sınır durumunu belirler. Basınç başlığının bu şekilde burkulması durumu yanal burulmalı burkulma olarak isimlendirilir.



Yanal Burulmalı Burkulma Sınır Durumu



$L_b = L$ $\qquad$ $L_b = L/3$ $\qquad$ $L_b = L/3$

Akma Sınır Durumu (ÇYTHYH 2016)

9.2.1 – Akma Sınır Durumu

Akma sınır durumu için karakteristik eğilme momenti dayanımı, M_n, **Denk.(9.2)** ile hesaplanacaktır.

$$M_n = M_p = F_y W_{px} \qquad \textbf{(9.2)}$$

Buradaki terimler aşağıda açıklanmıştır.

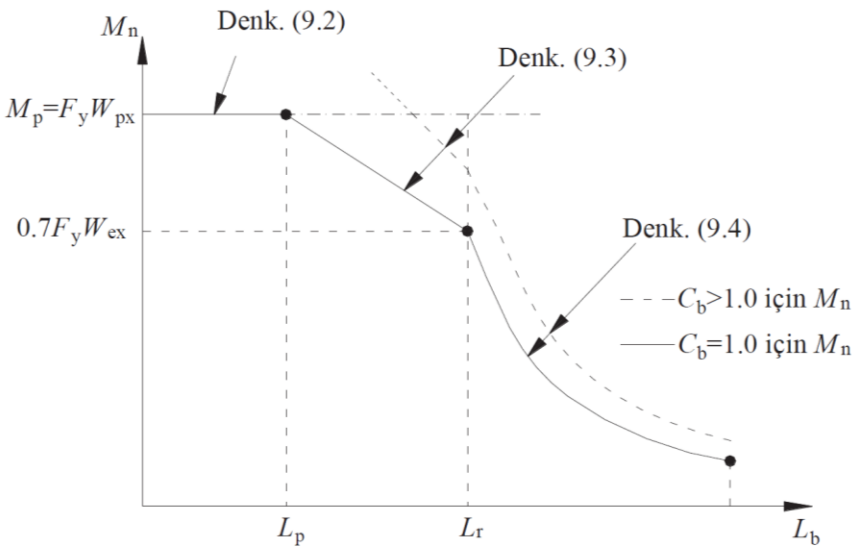
M_n : Karakteristik eğilme momenti dayanımı.

M_p : Plastik eğilme momenti.

F_y : Yapısal çelik karakteristik akma gerilmesi.

W_{px} : x-ekseni etrafında plastik mukavemet momenti.

Yanal Burulmalı Burkulma Sınır Durumu (ÇYTHYH 2016)



Şekil 9.2 – Basınç başlığının yanal olarak desteklenmeyen uzunluğuna bağlı olarak karakteristik eğilme momenti dayanımı

Yanal Burulmalı Burkulma Sınır Durumu (ÇYTHYH 2016)

(a) $L_b \leq L_p$ ise bu sınır durumun gözönüne alınmasına gerek yoktur.

(b) $L_p < L_b \leq L_r$ olması durumunda karakteristik eğilme momenti dayanımı, M_n, **Denk.(9.3)** ile hesaplanacaktır.

$$M_n = C_b\left[M_p - (M_p - 0.7F_yW_{ex})\left(\frac{L_b - L_p}{L_r - L_p}\right)\right] \leq M_p \qquad \textbf{(9.3)}$$

(c) $L_b > L_r$ olması durumunda karakteristik eğilme momenti dayanımı, M_n, **Denk.(9.4)** ile belirlenecektir.

$$M_n = F_{cr}W_{ex} \leq M_p \qquad \textbf{(9.4)}$$

Kritik gerilme, F_{cr}, **Denk.(9.5)** ile hesaplanacaktır.

$$F_{cr} = \frac{C_b\pi^2E}{\left(\frac{L_b}{i_{ts}}\right)^2}\sqrt{1 + 0.078\frac{Jc}{W_{ex}h_o}\left(\frac{L_b}{i_{ts}}\right)^2} \qquad \textbf{(9.5)}$$

Kök içindeki ifade güvenli tarafta kalan bir yaklaşımla 1 e eşit olarak alınabilir.

L_p ve L_r sınır uzunlukları ise sırasıyla **Denk.(9.6a)** ve **Denk.(9.6b)** ile belirlenecektir.

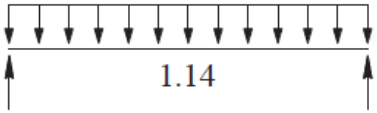
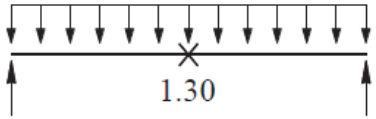
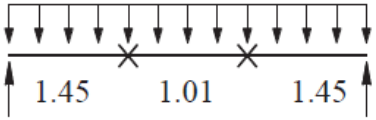
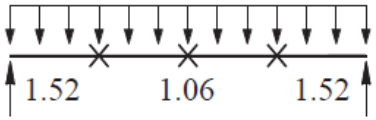
$$L_p = 1.76i_y\sqrt{\frac{E}{F_y}} \qquad \textbf{(9.6a)}$$

$$L_r = 1.95i_{ts}\frac{E}{0.7F_y}\sqrt{\frac{Jc}{W_{ex}h_o} + \sqrt{\left(\frac{Jc}{W_{ex}h_o}\right)^2 + 6.76\left(\frac{0.7F_y}{E}\right)^2}} \qquad \textbf{(9.6b)}$$

Yanal Burulmalı Burkulma Sınır Durumu (ÇYTHYH 2016)

• C_b Katsayısı: Yanal burulmalı burkulma sınır durumunda, yanal stabilite bağlantısı ile desteklenen noktalar arasındaki uzunluk boyunca, eğilme momenti yayılışının olumlu katkısıdır.

$$C_b = \frac{12.5M_{maks}}{2.5M_{maks} + 3M_A + 4M_B + 3M_C} \qquad \textbf{(9.1)}$$

Kiriş boyunca düzgün yayılı yük	Açıklıkta yanal destek yok	
Kiriş boyunca düzgün yayılı yük	Açıklık ortasında yanal destek var	
Kiriş boyunca düzgün yayılı yük	Açıklığın 1/3 noktalarında yanal destek var	
Kiriş boyunca düzgün yayılı yük	Açıklığın 1/4 noktalarında yanal destek var	

Akma Sınır Durumu (AISC 360-10)

1. Yielding

$$M_n = M_p = F_y Z_x \qquad \text{(F2-1)}$$

where

F_y = specified minimum yield stress of the type of steel being used, ksi (MPa)

Z_x = plastic section modulus about the x-axis, in.^{3} (mm^3)

Yanal Burulmalı Burkulma Sınır Durumu (AISC 360-10)

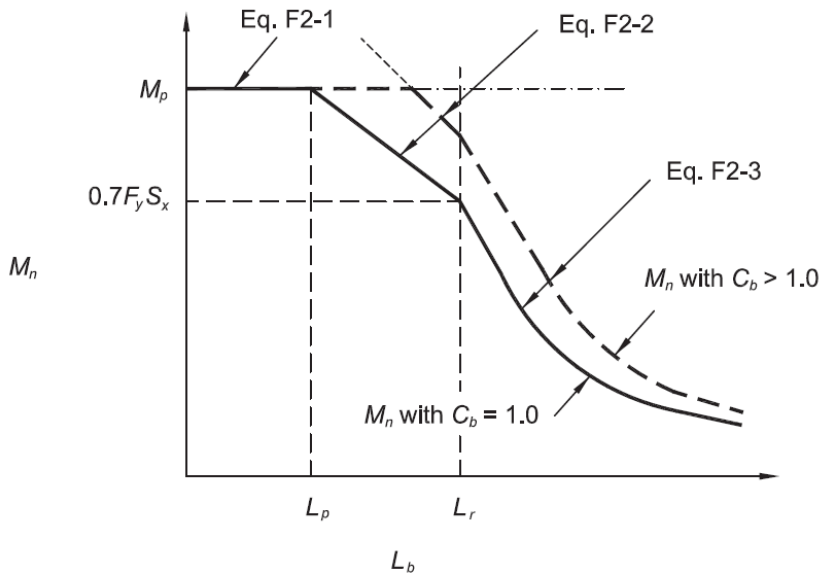


Fig. F-1. Beam strength versus unbraced length.

$$M_n = M_p = F_y Z_x \qquad (Spec.\ \text{Eq. F2-1})$$

$$M_n = C_b\left[M_p - (M_p - 0.7F_yS_x)\left(\frac{L_b - L_p}{L_r - L_p}\right)\right] \le M_p \qquad (Spec.\ \text{Eq. F2-2})$$

$$M_n = F_{cr}S_x \le M_p \qquad (Spec.\ \text{Eq. F2-3})$$

Yanal Burulmalı Burkulma Sınır Durumu (ÇYTHYH 2016)

2. Lateral-Torsional Buckling

(a) When $L_b \le L_p$, the limit state of lateral-torsional buckling does not apply.

(b) When $L_p < L_b \le L_r$

$$M_n = C_b\left[M_p - \left(M_p - 0.7F_yS_x\right)\left(\frac{L_b - L_p}{L_r - L_p}\right)\right] \le M_p \qquad \text{(F2-2)}$$

(c) When $L_b > L_r$

$$M_n = F_{cr}S_x \le M_p \qquad \text{(F2-3)}$$

where

L_b = length between points that are either braced against lateral displacement of the compression flange or braced against twist of the cross section, in. (mm)

$$F_{cr} = \frac{C_b\pi^2 E}{\left(\frac{L_b}{r_{ts}}\right)^2}\sqrt{1 + 0.078\frac{Jc}{S_x h_o}\left(\frac{L_b}{r_{ts}}\right)^2} \qquad \text{(F2-4)}$$

= critical stress, ksi (MPa)

E = modulus of elasticity of steel = 29,000 ksi (200 000 MPa)

J = torsional constant, in.^{4} (mm^4)

S_x = elastic section modulus taken about the x-axis, in.^{3} (mm^3)

h_o = distance between the flange centroids, in. (mm)

Yanal Burulmalı Burkulma Sınır Durumu (ÇYTHYH 2016)

User Note: Equations F2-3 and F2-4 provide identical solutions to the following expression for lateral-torsional buckling of doubly symmetric sections that has been presented in past editions of this Specification:

$$M_{cr} = C_b \frac{\pi}{L_b} \sqrt{EI_y GJ + \left(\frac{\pi E}{L_b}\right)^2 I_y C_w}$$

The advantage of Equations F2-3 and F2-4 is that the form is very similar to the expression for lateral-torsional buckling of singly symmetric sections given in Equations F4-4 and F4-5.

L_p, the limiting laterally unbraced length for the limit state of yielding, in. (mm), is:

$$L_p = 1.76 r_y \sqrt{\frac{E}{F_y}} \qquad \text{(F2-5)}$$

L_r, the limiting unbraced length for the limit state of inelastic lateral-torsional buckling, in. (mm), is:

$$L_r = 1.95 r_{ts} \frac{E}{0.7F_y} \sqrt{\frac{Jc}{S_x h_o} + \sqrt{\left(\frac{Jc}{S_x h_o}\right)^2 + 6.76\left(\frac{0.7F_y}{E}\right)^2}} \qquad \text{(F2-6)}$$

Akma Sınır Durumu (TS EN 1993-1-1)

6.2.5 Bending moment

(1) The design value of the bending moment M_{Ed} at each cross-section should satisfy:

$$\frac{M_{Ed}}{M_{c,Rd}} \leq 1{,}0 \qquad (6.12)$$

where $M_{c,Rd}$ is determined considering fastener holes, see (4) to (6).

(2) The design resistance for bending about one principal axis of a cross-section is determined as follows:

$$M_{c,Rd} = M_{pl,Rd} = \frac{W_{pl}\, f_y}{\gamma_{M0}} \qquad \text{for class 1 or 2 cross sections} \qquad (6.13)$$

$$M_{c,Rd} = M_{el,Rd} = \frac{W_{el,min}\, f_y}{\gamma_{M0}} \qquad \text{for class 3 cross sections} \qquad (6.14)$$

Yanal Burulmalı Burkulma Sınır Durumu (TS EN 1993-1-1)

(3) The design buckling resistance moment of a laterally unrestrained beam should be taken as:

$$M_{b,Rd} = \chi_{LT} W_y \frac{f_y}{\gamma_{M1}} \qquad (6.55)$$

where W_y is the appropriate section modulus as follows:

- $W_y = W_{pl,y}$ for Class 1 or 2 cross-sections
- $W_y = W_{el,y}$ for Class 3 cross-sections
- $W_y = W_{eff,y}$ for Class 4 cross-sections

6.3.2.2 Lateral torsional buckling curves – General case

(1) Unless otherwise specified, see 6.3.2.3, for bending members of constant cross-section, the value of χ_{LT} for the appropriate non-dimensional slenderness $\bar{\lambda}_{LT}$, should be determined from:

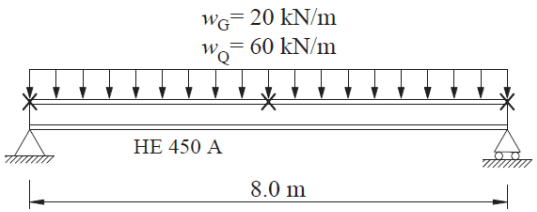
$$\chi_{LT} = \frac{1}{\Phi_{LT} + \sqrt{\Phi_{LT}^2 - \bar{\lambda}_{LT}^2}} \quad \text{but } \chi_{LT} \le 1{,}0 \qquad (6.56)$$

where $\Phi_{LT} = 0{,}5\left[1 + \alpha_{LT}\left(\bar{\lambda}_{LT} - 0{,}2\right) + \bar{\lambda}_{LT}^2\right]$

α_{LT} is an imperfection factor

$$\bar{\lambda}_{LT} = \sqrt{\frac{W_y f_y}{M_{cr}}}$$

Örnek Hesap



a. Kirişin karakteristik eğilme momenti dayanımının belirlenmesi

b. Tasarım eğilme momenti dayanımının kontrolü (YDKT)

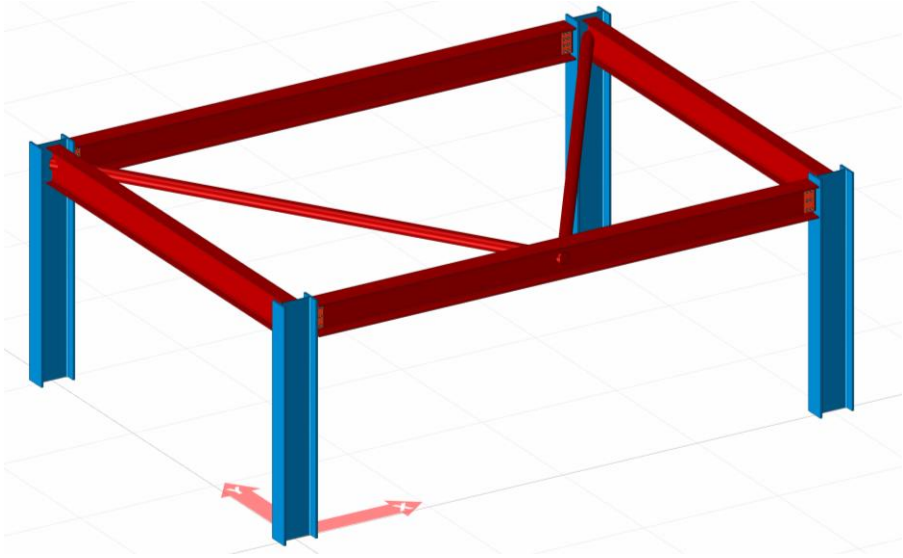
c. Güvenli eğilme momenti dayanımının kontrolü (GKT)

Çelik sınıfı

S 355 $F_y = 355$ N/mm^2 $F_u = 510$ N/mm^2 (*Yönetmelik* Tablo 2.1A)

Enkesit

HE 450 A			
$I_x = 63720$ cm^4	$W_{ex} = 2896$ cm^3	$W_{px} = 3216$ cm^3	$J = 243.8$ cm^4
$d = 440$ mm	$h = 344$ mm	$b_f = 300$ mm	$t_f = 21$mm
$t_w = 11.5$ mm	$i_y = 72.9$ mm		



Örnek Hesap

Kirişin karakteristik eğilme momenti dayanımının belirlenmesi

Yönetmelik 5.4 uyarınca

Yerel burkulma sınır durumu için enkesitin sınıflandırılması,

Başlık parçası

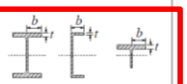
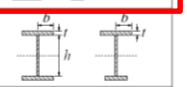
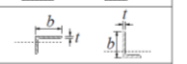
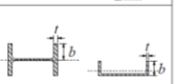
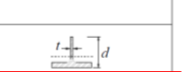
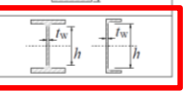
$$\lambda = \frac{b}{t} = \frac{b_f}{2t_f} = \frac{300}{2\times 21} = 7.14 \le \lambda_p = 0.38\sqrt{\frac{E}{F_y}} = 0.38\sqrt{\frac{200000}{355}} = 9.02$$

Gövde parçası

$$\lambda = \frac{h}{t_w} = \frac{344}{11.5} = 29.91 \le \lambda_p = 3.76\sqrt{\frac{E}{F_y}} = 3.76\sqrt{\frac{200000}{355}} = 89.24$$

Yerel burkulma durumuna göre λ_p değerini aşmadığından enkesit kompakt olarak değerlendirilir.

TABLO 5.1B – EĞİLME MOMENTİNİN BASINÇ BİLEŞENİ ETKİSİNDEKİ ENKESİT PARÇALARI İÇİN GENİŞLİK / KALINLIK ORANLARI

	Durum	Tanım	Genişlik/ Kalınlık Oranı, λ	Genişlik / Kalınlık Oranı Sınır Değerleri		Enkesit
				λ_p (kompakt / kompakt olmayan)	λ_r (kompakt olmayan / narin)	
Rijitleştirilmemiş Enkesit Parçası	10	Hadde I-profiller, U-profiller ve T-enkesitli elemanların başlıkları	b/t	$0.38\sqrt{\frac{E}{F_y}}$	$1.00\sqrt{\frac{E}{F_y}}$	
	11	Tek ve çift simetri eksenli yapma I-enkesitli elemanların başlıkları	b/t	$0.38\sqrt{\frac{E}{F_y}}$	$0.95\sqrt{\frac{k_c E}{F_L}}$ [a] [b]	
	12	Tek korniyerlerin kolları	b/t	$0.54\sqrt{\frac{E}{F_y}}$	$0.91\sqrt{\frac{E}{F_y}}$	
	13	Zayıf eksen etrafında eğilme etkisindeki tüm I-enkesitli elemanlar ve U-profiller	b/t	$0.38\sqrt{\frac{E}{F_y}}$	$1.00\sqrt{\frac{E}{F_y}}$	
	14	T-enkesitli elemanların gövdeleri	d/t	$0.84\sqrt{\frac{E}{F_y}}$	$1.03\sqrt{\frac{E}{F_y}}$	
Enkesit	15	U-profillerin ve çift simetri eksenli I-profillerin gövdeleri	h/t_w	$3.76\sqrt{\frac{E}{F_y}}$	$5.70\sqrt{\frac{E}{F_y}}$	

Örnek Hesap

Akma sınır durumunda karakteristik eğilme momenti dayanımı

$$M_n = M_p = F_y W_{px} = 355 \times 3216 \times 10^{-3} = 1141.68 kNm$$

Yanal burulmalı burkulma sınır durumunda karakteristik eğilme momenti dayanımı

Kiriş mesnet noktalarından ve açıklık ortasından yanal olarak desteklendiği için L_b = 4m olarak belirlenir.

$$L_b = 4m$$

$$L_p = 1.76 i_y \sqrt{\frac{E}{F_y}} = 1.76 \times 72.9 \times \sqrt{\frac{200000}{355}} = 3045.38mm < L_b = 4000mm$$

$$L_r = 1.95 i_{ts} \frac{E}{0.7F_y} \sqrt{\frac{J_c}{W_{ex} h_0} + \sqrt{\left(\frac{J_c}{W_{ex} h_0}\right)^2 + 6.76\left(\frac{0.7F_y}{E}\right)}} = 9860mm$$

$$i_{ts} = \frac{b_f}{\sqrt{12\left(1 + \frac{1}{6}\frac{ht_w}{b_f t_f}\right)}} = 82.40mm$$

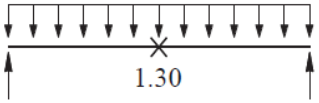
$$L_p = 3045.38mm < L_b = 4000mm \le L_r = 9860mm$$

olduğundan karakteristik eğilme momenti dayanımını, Mn , yönetmelik 9.2.2(b) maddesi, denklem 9.3 e göre belirlenir.

Örnek Hesap

Moment düzeltme katsayısı, C_b

Yanal stabilite bağlantısı ile desteklenen noktalar arasında kiriş uzunluğu boyunca C_b katsayısı 1.3 olarak hesaplandı.

Kiriş boyunca düzgün yayılı yük	Açıklık ortasında yanal destek var	

$$M_n = C_b\left[M_p - \left(M_p - 0.7F_yW_{ex}\right)\left(\frac{L_b - L_p}{L_r - L_p}\right)\right] \le M_p$$

$$M_n = 1.30\left[1141.68 - \left(1141.68 - 0.7\times355\times2896\times10^{-3}\right)\left(\frac{4000-3045.38}{9860-3045.38}\right)\right] = 1407.33kNm$$

$$M_n = 1407.33 \le M_p = 1141.68kNm$$

$$M_n = M_p = 1141.68kNm$$

Örnek Hesap

GKT

Kirişin üzerindeki yayılı yük dikkate alınarak kiriş ortasında oluşan en büyük moment değeri,

$$q = 1.2G + 1.6Q = 1.2 \times 20 + 1.6 \times 60 = 120 kN/m$$

$$M_u = \frac{qL^2}{8} = \frac{120 \times 8^2}{8} = 1027.51 kNm$$

$$M_d = \phi_b M_n = 0.90 \times 1141.68 = 1027.51 kNm$$

$$\frac{M_u}{M_d} = \frac{960}{1027.51} = 0.93 \leq 1.0$$

YDKT

Kirişin üzerindeki yayılı yük dikkate alınarak kiriş ortasında oluşan en büyük moment değeri,

$$q = G + Q = 20 + 60 = 80 kN/m$$

$$M_u = \frac{qL^2}{8} = \frac{80 \times 8^2}{8} = 640 kNm$$

$$M_d = \frac{M_n}{\Omega_b} = \frac{1141.68}{1.67} = 683.64 kNm$$

$$\frac{M_u}{M_d} = \frac{640}{683.64} = 0.94 \leq 1.0$$

Örnek Hesap

ideCAD 8 sonuçlarının incelenmesi,

TÇY 2016 (YDKT)

Kesit özellikleri :

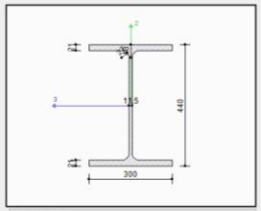
HE 450 A A = 178.038 [cm²] J = 244.608 [cm4]

Iy = 9465.364 [cm4] Ix = 63725.147 [cm4] iy = 7.291 [cm] ix = 18.919 [cm]

Wey = 631.024 [cm³] Wex = 2896.598 [cm³] Wpy = 965.546 [cm³] Wpx = 3216.053 [cm³]

Malzeme özellikleri :

S 355 Fy = 355000 [kN/m²] Fu = 469999.991 [kN/m²] E = 200000000 [kN/m²]



Komb. : 1.2G+1.6Q

Kuvvetler ve Momentler :

Konum [m]	Pr [kN]	Mrx [kNm]	Mry [kNm]	Vry [kN]	Vrx [kN]	Tr [kNm]
4	-0.002	959.995	-0	0	-0	0

İhtiyaç/Kapasite Oranı :

Oran = 0.934

Etkileşim Denklemi = (11.1b)

Kayma Kontrolü :

	Vr Etki	Vc Kapasite		Oran
Major (2)	0	1077.78	[kN]	0
Minor (3)	0	2415.42	[kN]	0

Eksenel Kuvvet ve İki Eksenli Eğilme Kontrolü

	Pr Etki	Pc Kapasite	Pt Kapasite	
Eksenel	0.002	4535.221	5688.301	[kN]

	Mr Moment	Mc Kapasite	
Major (3-3)	959.995	1027.529	[kNm]
Minor (2-2)	0	308.492	[kNm]

	Tr Moment	Tc Kapasite	
Burulma	0	0	[kNm]

Tasarım Değişkenleri :

	K Faktör	L Faktör	L [m]
Major (3-3)	1	1	8
Minor (2-2)	1	0.5	8

	Cb Faktör	L Faktör	L [m]
LTB	1.299	0.5	8

TÇY 2016 (GKT)

Kesit özellikleri :

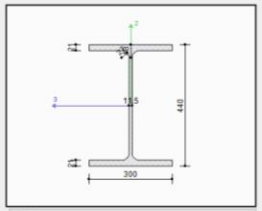
HE 450 A A = 178.038 [cm²] J = 244.608 [cm4]

Iy = 9465.364 [cm4] Ix = 63725.147 [cm4] iy = 7.291 [cm] ix = 18.919 [cm]

Wey = 631.024 [cm³] Wex = 2896.598 [cm³] Wpy = 965.546 [cm³] Wpx = 3216.053 [cm³]

Malzeme özellikleri :

S 355 Fy = 355000 [kN/m²] Fu = 469999.991 [kN/m²] E = 200000000 [kN/m²]



Komb. : G+Q

Kuvvetler ve Momentler :

Konum [m]	Pr [kN]	Mrx [kNm]	Mry [kNm]	Vry [kN]	Vrx [kN]	Tr [kNm]
4	-0.002	639.996	-0	0	-0	0

İhtiyaç/Kapasite Oranı :

Oran = 0.936

Etkileşim Denklemi = (11.1b)

Kayma Kontrolü :

	Vr Etki	Vc Kapasite		Oran
Major (2)	0	718.52	[kN]	0
Minor (3)	0	1607.066	[kN]	0

Eksenel Kuvvet ve İki Eksenli Eğilme Kontrolü

	Pr Etki	Pc Kapasite	Pt Kapasite	
Eksenel	0.002	3017.446	3784.631	[kN]

	Mr Moment	Mc Kapasite	
Major (3-3)	639.996	683.652	[kNm]
Minor (2-2)	0	205.251	[kNm]

	Tr Moment	Tc Kapasite	
Burulma	0	0	[kNm]

Tasarım Değişkenleri :

	K Faktör	L Faktör	L [m]
Major (3-3)	1	1	8
Minor (2-2)	1	0.5	8

	Cb Faktör	L Faktör	L [m]
LTB	1.299	0.5	8

BİZE ULAŞIN

- Telefon ve internet aracılıyla teknik destek
- Program eğitimleri ve kullanıcı seminerleri
- Yardım menüleri ve kullanım kitapları
- Kullanıcı forumu
- Web üzerinden program güncelleme imkanı

Web sitesi: http://www.idecad.com.tr
Kullanıcı forum sitesi: http://www.idecadsupport.com/forum/
Bilgi: ideyapi@ideyapi.com.tr
Satış: satis@ideyapi.com.tr
Teknik destek: destek@ideyapi.com.tr

Şimdi siz de ideCAD® ailesiyle tanışın, planlarınızı gerçeğe dönüştürme fırsatını yakalayın.